1. Szuprémum elv

H részhalmaza Rnek

H nem üres

H felülről korlátos

* R minden nem üres és felülről korlátos részhalmazának van a felső korlátjai közt legkisebb

1. Teljes indukció elve

legyen minden n természetes számra egy A(n) állítás

A(0) igaz

ha A(n) igaz akkor A(n+1) is igaz

* minden igaz

1. Archimedes tétel

minden a>0 és b valós számra létezik egy n term szám, amire a\*n>b

1. Cantor-féle közösrész-tétel

[an, bn] részhalmaza Rnek

[an+1, bn+1] részhalmaza [an, bn]nek

a +végtelenbe menő metszetük nem üres halmaz

1. Kongvergens sorozat határértéke egyértelmű\*

legyen A, B eleme Rfelülvonás

ha lim(an) = A és lim(an) = B => A=B

1. Konvergencia és korlátosság kapcsolata

minden konvergens sorozat korlátos

ez fordítva nem igaz, a korlátosság szükséges de nem elégséges feltétele a konvergenciának

1. Műveletek nullsorozatokkal

legyen an, bn nullsotozat és cn korlátos sorozat

(an+bn) is nullsorozat

(an\*bn) is nullsorozat

(an\*cn) is nullsorozat

1. Konvergens sorozatok szorzatára vonatkozó tétel

legyen an és bn konvergens sorozatok

A,B eleme Rfelülvonás és lim(an) = A és lim(bn) = B

* lim(an\*bn) = AB, amennyiben AB értelmezve van

1. Konvergens sorozatok hányadosára vonatkozó tétel

legyen an és bn konvergens sorozatok

A,B eleme Rfelülvonás és lim(an) = A és lim(bn) = B

bn nem nulla

* lim(an\*bn) = AB, amennyiben AB értelmezve van

1. A közrefogási elv

legyenek an, bn, cn konvergens sorozatok

ha létezik N természetes szám, amire minden n>N: an <= bn <= cn

lim(an) = lim(cn) = A

* lim(bn) = A

1. A határérték és a rendezés kapcsolata\*

közrefogási elv

an és bn konvergens sorozatok, lim(an) = A és lim(bn) = B

ha A > B, akkor létezik olyan n’ term szám amire minden n>n’: an>bn

ha létezik olyan n’ term szám amire minden n>n’: an >= bn => A >= B

ezek visszafele nem biztos hogy igazak

1. Monoton növő sorozat határértéke

konvergens => lim an = sup{an| n eleme N}

divergens => +végtelen

1. Minden sorozatnak van monoton részsorozata

legyen an valós sorozat és vn indexsorozat

létezik olyan vn, amire (a o v)(n) monoton csökkenő vagy monoton növő

1. Végtelen sorokra vonatkozó összehasonlító kritériumok

legyen an, bn végtelen sorok

minden N természetes számra, minden n>N: 0 < an < bn

majoráns krit: ha bn konv => an is konv

minoráns krit: ha an div => bn is div

1. A Cauchy-féle gyökkritérium

n-ed gyök alatt|an|

0 <= A < 1, SUM an absz konv

A > 1, SUM an div

ha a=1, SUM an lehet div és konv is

baj van ha A=1

pl. an=1/n, bn=1/n^2, cn=(-1)^n/n

lim n-ed gyök alatt |an| = lim n-ed gyök alatt |bn| = lim n-ed gyök alatt |cn| = 1

an div, bn absz konv, cn konv

1. A D’Alembert-féle hányadoskritérium

|an+1|/|an|

0 <= A < 1, SUM an absz konv

A > 1, SUM an div

ha a=1, SUM an lehet div és konv is

baj van ha A=1

pl. an=1/n, bn=1/n^2, cn=(-1)^n/n

lim |an+1|/|an|= lim |bn+1|/|bn|= lim |cn+1|/|cn|= 1

an div, bn absz konv, cn konv

1. Abszolút konvergens sorok átrendezése

absz konv sor minden átrendezése is absz konv és összege ugyanaz

1. Hatványsorok konvergencia halmaza intervallum

(-1,1) SUM, ahol n=0 x^n

(-1,1] SUM, ahol n=0 (-1)^n \* x^n/n

[-1,1) SUM, ahol n=0 x^n/n

[-1,1] SUM, ahol n=0 x^n/n^2

1. A Cauchy-Hadamard tétel\*

SUM, ahol n=0 alfan(x-a)^n ~~konv folytonos sor~~

a konvergenciahalmaz a következő egymást kizáró esetek egyike:

R>0 => abszolút konv, ha |x-a| < R, és div, ha |x-a| > R

ha csak az x=a pontban konv => R = 0

ha mindenhol konv => R = +végtelen

* a konvergenciasugár tehát: 0 <= R <= +végtelen

1. Sorok téglány szorzata

legyenek SUM, ahol n=0 an és bn SUM, ahol n=0 konv végtelen sorok téglányszorzata SUM, ahol n = 0 tn

tn = SUM ahol n=max{i, j} aibj (n=0,1,2,3..)

1. Függvények határértékének egyértelműsége\*

legyen f megy valósból valósba

A, B eleme Rfelülvonás

ha lim f = A és lim f = B => A = B

1. A határértékre vonatkozó átviteli elv

legyen f megy valósból valósba, A eleme Rfelülvonás, a eleme Df

lim f a= A, és minden xn megy természetesből ~~valósba~~ Df\{a}ba, lim(xn) = a

lim n megy +végelenbe (f(xn)) = A

1. Monoton függvények határértéke

monoton nő (aa, bb)n:

lim f a+0 = inf = {f(x)| x eleme (aa, bb), x > a}

lim f a-0 = sup = {f(x)| x eleme (aa, bb), x < a}

monoton csökken (aa, bb)n:

lim f a+0 = sup = {f(x)| x eleme (aa, bb), x > a}

lim f a-0 = inf = {f(x)| x eleme (aa, bb), x < a}

1. Az összetett függvény folytonossága

legyen f,g megy valósból valósba

g eleme C{a} és f eleme C{g(a)} => fog eleme C{a}

* az összetett fg megtartja a belső és a külső fg folytonosságát

1. Korlátos és zárt intervallumon értelmezett folytonos függvény korlátos

ha f fg [a, b]n folytonos, akkor ott korlátos is

1. Weierstrass tétele

-végtelen < a < b < +végtelen

f megy [a, b] ből valósba, folytonos [a, b]n => van abszolút min és max helye

* létezik alfa,beta eleme [a,b]: f(beta) <= f(x) <= f(alfa)

1. A Bolzano-tétel

f megy [a, b]ből valsóba, folytonos

ha a két végpont szorzatának előjele negatív => f(a)\*f(b) < 0

* létezik epszilon eleme [a,b]: f(epszilon) = 0

**Scored: 20 + 7 + 0 => 23.5/27**